科学技術動向
概　要

本文は p.22 へ

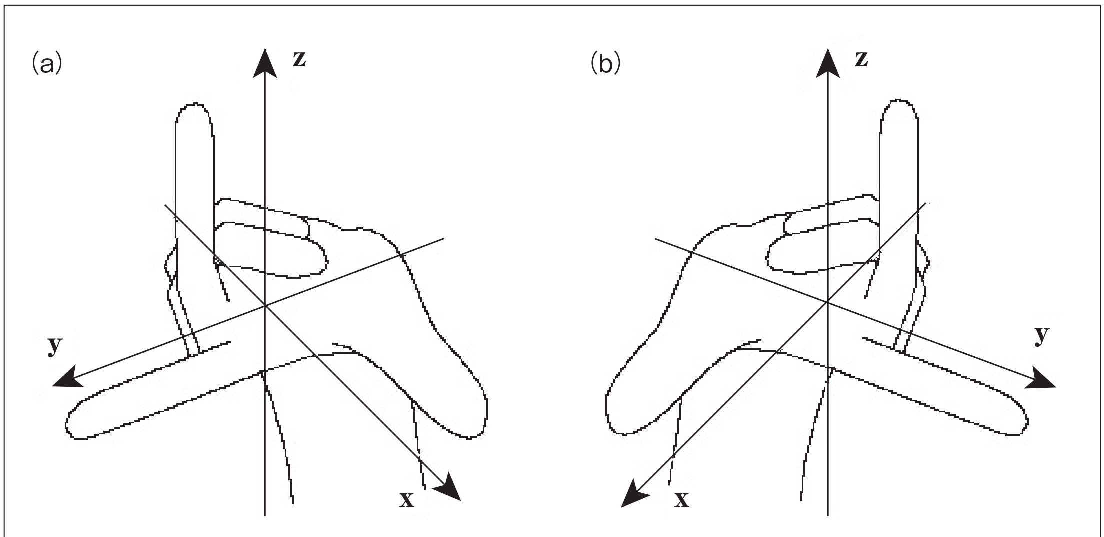
電磁気学における混乱とCPT対称性の意義
―対称性に結びつく単位系―

物理学は19世紀後半から20世紀初頭にかけて「電磁気学」「相対論」「量子力学」という大きな革命を経験したが、それから1世紀以上を経て、それに匹敵する新たな革命が起きる兆しが見え始めている。そのキーワードは、2008年のノーベル賞の対象ともなった「CPT対称性」、すなわち時間反転と空間反転と粒子反転に関する対称性である。物理学の普遍定数、例えば、光の速度c、真空の誘電率ε_0または透磁率μ_0、そして電子の電荷e、あるいはプランク定数hはなぜ一定であり、そしてなぜその値をとらねばならないかという疑問に、通常使われる国際単位系（MKSA単位系）では答えられず、普遍定数の本質的な意味が理解できない。ここで、$c^2=\varepsilon_0{}^2=e^2=h^2=1$となる単位系をとり、反転対称性という概念をこれらの普遍定数に関連づけるとその意味も明らかとなり、次の新たな革命のヒントが見えてくる。

Maxwellが確立した「電磁気学」は、電子・電気工学や材料工学などの様々な分野においても重要な基礎学問であるが、その電磁気学の教科書においてE-B対応かE-H対応かという混乱が生じている。これは、磁場にはH（磁場）とB（誘導磁場または磁束密度）の2種類の場があり、どちらを本質的と考えるかという立場の違いである。しかし、この混乱は電場や磁場に関する空間反転対称性の議論が不足していることが原因の一つであり、この対称性の議論を通じて、ε_0やμ_0の意味も理解される。

Maxwellは「Faradayの提唱した場の実態は何か」という疑問から電磁波の存在の予言に至り、Einsteinは「自分が光の速さで走ると光はどの様に見えるか」という疑問から後に相対性理論を導いたと言われている。当然と信じられていることでも良く考えるとわかっていないことが多く、それ以外にも未知の疑問も多いと思われる。一見突飛でも素朴で妥当な疑問が、科学にとって大事であり、このような問題に真剣に向き合える人材と研究環境を日本にも整えることが重要である。

(a) 左手座標系（左手系）と (b) 右手座標系（右手系）の座標の決め方



科学技術動向研究センターにて作成

科学技術動向研究

電磁気学における混乱と CPT 対称性の意義

―対称性に結びつく単位系―

市口　恒雄
情報通信ユニット

1 はじめに

2008年は4人の日本人または日本を母国とする人がノーベル賞を受賞し、日本の科学のレベルの高さを世界に印象づけた年となった。そしてまた、このノーベル賞は、基礎科学の重要性とそのロマンを私達に教えてくれた。基礎科学は人類の知識として重要であるばかりでなく、その素養を備えた人材が技術の分野で活躍することにより、単に現在の延長ではない新たなイノベーションを起こせる可能性が大きくなる。歴史をふり返ってみると、基礎科学の一つである物理学には、19世紀後半から20世紀初頭にかけて、Maxwell や Hertz による「電磁気学」、Einstein による「相対性理論」、Planck、Bohr、de Broglie、Shrödinger、Heisenberg、Dirac など多くの人が係わった「量子力学」という3つの革命を経験した。現在もなお、物理学だけではなく多くの工学分野が、「電磁気学」、「相対性理論」、「量子力学」に基礎をおいていることは言うまでもない。そして、それらは、単に学問というだけでなく、我々の生活にも大きな恩恵をもたらしている。例えば、我々が未だ電磁波の存在を知らないと仮定するならば、ラジオもテレビも携帯電話も存在しない。また、量子力学を知らなければ、半導体素子の動作原理を理解できず、従ってコンピュータも存在しない。そして、相対性理論は、時刻や長さの単位に重要な役割を果たしている。

2008年のノーベル賞の対象ともなった「CPT 対称性」は重要な概念である。CPT 対称性のうちC対称性（荷電対称性）は粒子・反粒子の粒子反転の対称性を意味する。P対称性は空間反転に対する対称性で、パリティまたはキラリティとも呼ばれ右手系と左手系に関する対称性でもある。そして、T対称性は時間反転に対する対称性である。ここで、物理学の普遍定数、例えば、光の速度c、真空の誘電率ε_0または透磁率μ_0、そして電子の電荷e、あるいはプランク定数hを反転対称性という概念に関連づけるとその意味も明らかとなり、次の新たな革命のヒントが見えてくる。我々が普段使っている国際単位系（MKSA 単位系とも呼ばれる）では、メートル、秒、キログラム、アンペアが基本単位となっているが、それらは人間の都合で決めた単位であり、何ら普遍的な意味を持たない。従って、光の速度はなぜ秒速約30万 km という一定値を持ち、全ての電子はなぜ-1.602773×10^{-19}クーロンという寸分違わぬ電荷を持つのか説明できない。ところが、$c^2=\varepsilon_0{}^2=e^2=h^2=1$となる単位系をとれば、普遍定数は CPT 対称性と関連がつき、その意味も明確となる。

Maxwell が確立した「電磁気学」は、電子・電気工学や材料工学などの様々な分野においても重要な基礎学問である。ところが、現在、その電磁気学の教科書においてE−B対応かE−H対応かという混乱が生じている。これは、磁場にはH（磁場）とB（誘導磁場または磁束密度）の2種類の場があり、どちらを本質的と考えるかという立場の違いである。しかし、Maxwell がP対称性の議論の重要性を **1870** 年代の教科書で指摘しているにもかかわらず、現代の教科書ではP対称性の議論が不足していることが現代の教科書の混乱の原因の一つである。この対称性を考慮することにより、「ε_0やμ_0が何を意味するのか」という疑問が解決される。

ここでは、この“混乱”を紹介するとともに、このような基本的な問題を追求していこうという粘り強い意志をもった研究人材が必要であることを強調したい。

2 時間と空間そして光—はじめに光ありき—

2-1

時間反転対称性について

CPT 対称性のうち T 対称性は時間反転に対する対称性である。Newton 方程式、Maxwell 方程式、Shrödinger 方程式など、運動を記述する方程式は、必ず時間 t をパラメータとして含む。このパラメータ t が正転している系から逆転している系（$t'=-t$）に移っても、方程式が時間の正転逆転にかかわらず全く同じ方程式となる場合に、その方程式は時間反転対称性を保存している、あるいは時間反転対称性を満たしている、という。Newton 方程式や Maxwell 方程式は時間反転対称性を保存している。虚数単位 i が時間反転によって符号が変わると考えれば Shrödinger 方程式も時間反転対称性を保存している。Newton・Maxwell・Shrödingerのそれぞれの方程式は微分方程式であるが、それらを積分した形の方程式（例えば、自由落下の放物線）も時間反転対称性を満たす。時間反転対称性を議論する場合、時間の増加を時間の減少に変える（つまりフィルムの逆回し）というだけでは不充分であり、必ず、時間の正転系から逆転系に移る場合を想定することが必要である。

時間が正転系から逆転系に移った時、位置座標 $x(t) \rightarrow x(-t) = x(t')$ のように符号が変わらない量と、速度 $v(t) \rightarrow -v(-t) = -v(t')$ のように符号が変わる量が存在する。これを、時間反転に対する奇偶性という。符号が変わらないものには、位置座標（距離）の他には面積・体積・加速度・力・電場・電圧・電気抵抗・エネルギーなどがある。一方、符号が変わるものには、時間・時間微分・速度・運動量・角運動量・電流・磁場などがある。時間反転に対して符号を変える量の対称性を T(−)、符号を変えない量の対称性を T(+) と記し、それぞれ−1 と +1 とに対応させると、方程式の時間反転対称性を導きやすい。定義により、T(+) = T(+)・T(+)、T(−) = T(+)・T(−)、T(+) = T(−)・T(−) が成立する。わざわざ T と付けたのは、C 対称性や P 対称性と区別するためである。また、ドット記号（・）は通常のかけ算を表し、後に出てくるベクトル積と区別するためにこの記号を用いている。例えば、x（距離）= v（速度）・t（時間）という式においては、T(+) = T(−)・T(−) という対称性が成立しており、時間反転対称性が保存されることがわかる。このようにして、方程式が時間反転対称性を保存しているかどうかは容易に確かめられる。

どのような式でも必ず時間反転対称性は保存されるが、ただひとつ重要な例外が存在する。それは、エントロピー（乱雑さ）が増大する場合、即ち、エネルギーが熱として散逸する場合である。具体的には、Ohm の法則や、速度に比例して働く空気抵抗などが時間反転の対称性を破っている。Ohm の法則 V（電圧）= I（電流）・R（抵抗）において、電流は時間反転すれば逆向きになり、その対称性は T(−) であるが、電圧の対称性は T(+) である。ここで、もし、時間反転により抵抗値が負となれば、今まで発熱によりエネルギーを消費していた抵抗が逆に発電することになり、熱力学の法則に反する。従って、抵抗 R の符号はつねに正であり、時間反転対称性は T(+) である。この場合、左辺と右辺の対称性は一致しない。こういう状態を、時間反転対称性が破れている、または、時間反転対称性を保存しない、と言う。時間反転対称性が破れる時には必ずエントロピーの増大を伴う。

2-2

1 秒の定義の変遷

物理学や工学で用いる時間の基本単位は 1 秒であるが、1 秒という単位は、かつては地球の 1 日に基づいて決められ、地球の自転周期に依存した。「1 秒は平均太陽日の 86,400 分の 1」として決められた天文時は、1930 年代から 1956 年まで用いられた。その後、地球の自転周期が潮汐などの影響でわずかに揺らいでおり、またわずかずつ長くなっていることがわかり、地球の公転すなわち 1 年を基準とする天文単位「1 秒は、太陽年の 31,556,925.9747 分の 1」と改められ、1956 年から 1967 年まで用いられた。これは、公転周期は自転周期よりも安定なためである。ちなみに、5 億年前の 1 日は約 21 時間と推定されている[1)]。

その後、原子時計の開発により、地球の自転や公転に基づかない定義「1 秒はセシウム 133 原子の基底状態の 2 つの超微細準位間の遷移に対応する放射の 9,192,631,770 周期の継続時間」に変更され、原子時による定義となって現在に至っている。このように、セシウム 133 原子が発生する電磁波（マイクロ波）の周期が基準とはなっているが、それが直ちに地球の 1 日を基準としないということではない。もし、セシウム 133 原子が発生する電磁波の周期を基準として原子時を採用するならば、1 秒の定義

を9,192,631,770周期という中途半端な数字にせず、10,000,000,000周期とすれば良い。しかし、それでは天文時とのずれが生じて生活に不便であるため、9,192,631,770周期という中途半端な数字にしている。たとえ原子時を採用していても、時間の基準はやはり、地球の自転（正確には1日）すなわち天文時に置かれている。そして、地球の自転はわずかずつ遅くなり、この天文時もわずかずつ長くなるため、“原子時の修正”が必要となり、その修正のために「うるう秒」が適宜挿入される。2009年1月1日に「うるう秒」調整が行われ、午前8時59分59秒と午前9時00分00秒の間に「8時59分60秒」が挿入された[2)]。1972年以降、既に24回の「うるう秒」の挿入が行われており、この調整が必要なのは、本質的に地球の自転を基準とした天文時を使っているからである。地球の自転が少しずつ遅くなっている限り、将来はさらに頻繁に「うるう秒」を挿入する必要が生じる。

以上で述べたように、秒という時間の単位は物理や工学分野の基本単位になってはいるが、人間が地球の自転を基準に、人間が使いやすいように勝手に定めたものである。従って、普遍的な真理や現象を記述するのに適した単位というわけではない。

2-3

1メートルの定義の変遷

空間は長さ（または距離）を基本単位として測られるが、我々は長さの基本単位としてメートルを使用している。当初は、北極からパリを通って赤道までの子午線の距離の1000万分の1と定義され、その値を用いて白金イリジウム合金製のメートル原器が作製された。現在では、北極から赤道までの正確な距離は、10,002.288キロメートルであることや、地球がわずかに扁平であることがわかっているが、地球1周がほぼ正確に4万キロメートルであることは偶然の産物ではない。メートル原器では、温度による熱膨張や腐食などで長さが変わるおそれがあり、1960年の第11回国際度量衡総会において、「クリプトン86原子の準位2p10と5d5の間の遷移に対応する光の真空中における波長の1,650,763.73倍に等しい長さ」という定義に変更された。光の波長を長さの単位として使用するという発想は、Maxwellの1870年代の著書の中ですでに示されており、実現までに90年近い年月を要したことになる。

長さの定義が質的に変化したのは、1983年の第17回国際度量衡総会においてである。「1メートルは、1秒の299,792,458分の1の時間に光が真空中を伝わる距離」として定義され、現在に至っている。しかし、正確に言えば、光の速度をc＝299,792,458メートル/秒と定義したのであって、長さを直接に定義していない。長さは、時間、即ち1秒の299,792,458分の1という時間が定まって初めて定義されることになる。つまり、長さは時間によって定義されることになる。そして、光の速度は実験で測定されるべき量ではなくなり、定義によって与えられる量に変わった。これで、特殊相対性理論の基礎の一つとなっている“光速度不変の原理”に一歩近づいたとも言える。光の速度が一定であることは実験で証明されてはいるが、なぜ一定でなければならないのかという物理的な理由は未だ説明されていない。Einsteinは、“正しいが理論的な証明はできない仮定”という意味で“光速度不変の原理”と呼んだのである。

現在の長さの定義では、たとえ普遍量である光の速度を使ったとしても、基本的には、地球の大きさという宇宙から見れば特殊なスケールに基準を置いている。実際に、1秒ではなく、1秒の299,792,458分の1という中途半端な時間を用いて長さを定義している。これでは、地球の大きさを基準としてメートル法を定めるといった当初の思想をひきずっており、普遍量である光速度を用いて距離を定義するという基本的な意味の理解にはつながらず、その本質的なメリットも享受できない。現在では、単位としてメートル法が導入されているが、それは世界の共通言語としての意味を持つに過ぎず、その単位に本質的な意味があるわけではない。従って、基本単位となっている秒やメートルやキログラムやアンペアという単位は、物理的には何ら普遍的意味を持たない。

2-4

光の速度はなぜ一定か

光の速度を利用して時間で長さを定義することになったのは、時間と長さとは独立には定義できなくなったからである。光が進む距離xは、普遍定数である光速cを用いて次のように表される。

$$x(\text{距離}) = c(\text{光速}) \cdot t(\text{時間}) \quad (1)$$

この関係式は、時間と長さ（距離）とは独立には決まらず、時間を決めれば長さが決まり、長さを決めれば時間が決まることを示している。つまり、我々は、時間か長さのどちらか1つを自由に決めることはできるが、両方を同時に決めることはできない。天体や宇宙の分野では、光が1年間に進む距離を意味する「光年」という単位が使われるが、これは長さを時間で表したものである。この流儀で言えば、現在の長さの定義は「1メートルは、299,792,458分の1光秒」ということになる。もし、地球の大きさという特殊な尺度にこだわらな

いならば、1光秒を長さの基本単位にとる方がより自然である。これは約30万キロメートルで、数字として大きすぎるならば、10億分の1を意味するナノを付けて、1ナノ光秒を長さの補助単位とすれば良い。1ナノ光秒は0.299792458メートルつまり約30センチメートルとなり、我々の生活実感の尺度に合っている。事実、尺貫法やポンドヤード法では1尺＝0.303メートル、1フィート＝0.3048メートルであり、1ナノ光秒は1尺や1フィートに近い値となる。あるいは逆に、長さを使って時間を定義する方法もある。例えば、「光が1メートル進むのに必要な時間を1光メートル」とすれば良い。ただし、これは天文時との対応が困難となる。遠い未来には必要となる単位かも知れないが、現時点では、時間をそのままにして、1光秒を長さの基本単位に採用する方が都合が良い。

1光秒を長さの基本単位に採用するという意味は、光の速度を1と定義するという意味である。物理学では、$c=1$とする自然単位が使われることがあり、これは、長さと時間の次元を同じにするという本質的な意味を持つ。従って速度は無次元となって単位を持たない。速度は光速の0.1倍とか0.00001倍とかで表現すれば良く、時間や長さが定義されていなくても速度を表せる。現在使われている国際単位系はMKSA単位系とも呼ばれ、メートル、キログラム、秒(セカンド)、アンペアが基本単位となっており、4つの基本単位があると言う意味で4元単位系とも呼ばれる。しかし、$c=1$として時間と空間を統一すると、長さ(または時間)の単位が無くなって3元単位系となる。

エントロピーの増大を伴わない限り、どのような式でも時間反転対称性が保存されなければならず、式(1)もその例外ではない。距離xの時間反転対称性はT(+)であり、時間t自身の対称性はT(−)である。従って、式(1)が時間反転対称性を満たすためには、光速cの対称性はT(−)でなければならない。つまり、時間反転した世界では$c=-1$となり、光速は速度を表すということからも、符号が変わることは自然である。しかし、この場合でも、cの2乗が1であることは成立する。従って、式(1)は、次のようにも書くことができる。

t(時間)$= c$(光速)$\cdot x$(距離)　(2)

光速には単位がなく、時間と距離は同じ単位であらわされるから、この式が成立する。cは+1か−1かのどちらかであるが、まだどちらかに決めているわけではないので数値で書くわけにはいかない。式(1)は時間に光速を乗じれば(演算すれば)距離即ち空間になるという形をしており、式(2)は距離に光速を乗じれば(演算すれば)時間になるという形をしている。つまり、光速cは時間を空間に変換し、そして空間を時間に変換する量(演算子)だったのである。時間→空間→時間と変換した時、あるいは、空間→時間→空間と変換した時、時間や空間が伸びたり縮んだりせずに、元のスケールを保つ条件が$c^2=1$という条件である。この条件がまさに、光速度不変の原理の説明になっていると言える。同時に、$c^2\neq 1$の空間は歪んでいる(一般相対性理論)ことも示唆している。ある量に光速c(＝±1)を乗算する(演算する)とその式の時間反転対称性が変わる。従って、光速cを時間反転対称性を変える演算子、あるいは時間反転の演算子とも解釈できる。この場合は、時間反転を2回行って時間方向を戻した時に、時間の伸び縮みがない条件が$c^2=1$となる。ここで議論したように、空間や時間の対称性を議論する場合には、$c^2=1$という普遍的な単位系が重要であり、同時にその単位系は「相対性理論」の本質をも含んでいる。

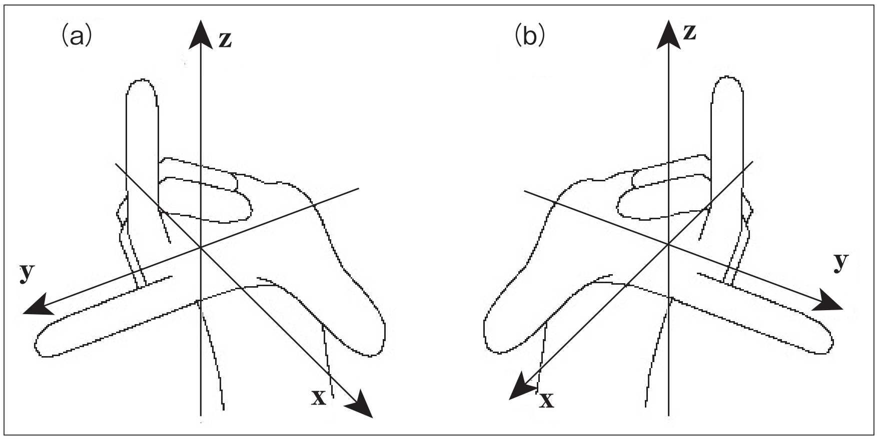
3 空間反転対称性の電磁気学への適用

3-1 右手系と左手系

空間の並進対称性や回転対称性は、結晶工学・半導体物理・量子力学などでは重要な意味をもつ。しかし、本稿では、並進対称性や回転対称性を議論せず、反転対称性だけを議論するにとどめる。空間反転対称性は、CPT対称性のうちのP対称性であり、パリティとも呼ばれている。また、空間反転対称性は、次に述べるような右手系から左手系に移した時にどう変換されるかという対称性でもある。

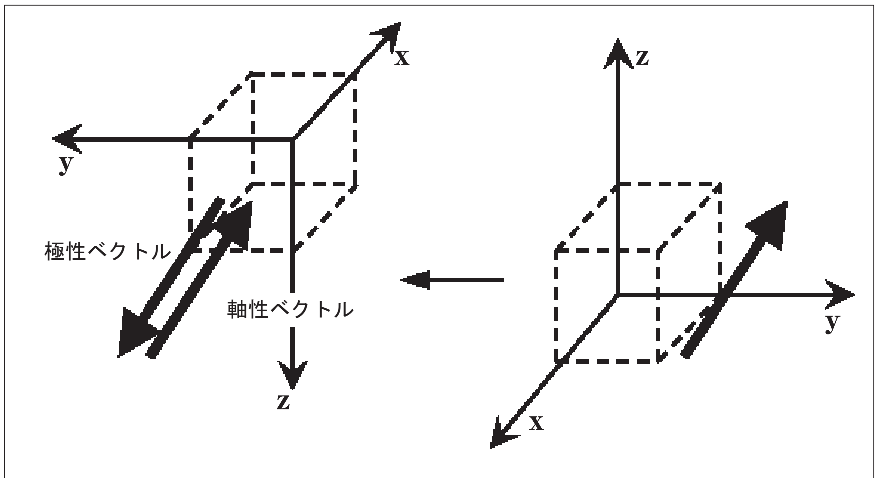
通常は、3次元空間内で互いに直交する3本の数直線で**x**軸・**y**軸・**z**軸を設定することによって表される「直交直線座標系」(デカルト座標)を用いる。そして、**x**軸・**y**軸・**z**軸を総称して座標軸と呼び、この座標軸の設定のしかたは2種類ある。1つは、図表1(a)のようにして左手の各指に座標軸を対応させる方法で、もう1つは、図表1(b)のように右手の各指に対応させる方法である。それぞれ、「左手座標系」、「右手座標系」、あるいは単に「左手系」、「右手系」と呼ぶ。座標を回転しただけでは、左手系が右手系になることはないので、それ

図表1 (a) 左手座標系(左手系)と (b) 右手座標系(右手系)の座標の決め方



科学技術動向研究センターにて作成

図表2 左手系から右手系に移した時のベクトルの変換の様子



科学技術動向研究センターにて作成

ぞれの区別を厳密に付けることができる。通常は、右手系が便宜上用いられるが、自然界が右手系を選んだわけではなく、人間がそう決めただけのルールに過ぎない。右手系と左手系の対称性は、キラル対称性(または、カイラル対称性)とも呼ばれ、生物起源の物質、例えば生物によって作られるアミノ酸は左手系のものだけが存在することが知られている。しかし、物理法則では、ベータ崩壊(あるいは弱い相互作用)という例外を除いて、右手系で成立する物理法則は左手系でも成立する。

図表1の(a)と(b)の2つの座標系は、**z** 軸をそのままにして **x** 軸と **y** 軸とを入れ換えた形となっており、各軸がお互いに対等ではない。各軸を対等にして、右手系から左手系に移るためには、**x** 軸・**y** 軸・**z** 軸の全てを反転させれば良い(図表2)。ここで、長さと方向を持つ量であるベクトル(図表2の太い矢印)を右手系から左手系に移すと、そのままの方向で移るものと、方向が逆転して移るものとの2種類が存在する。そのままの方向で移るものは軸性ベクトル(または擬ベクトル)と呼ばれ、方向が逆転して移るものは極性ベクトル(または真性ベクトル)と呼ばれる。位置ベクトル $\boldsymbol{r}$、速度 $\boldsymbol{v}$、加速度 $\boldsymbol{a}$、運動量 $\boldsymbol{p}$、力 $\boldsymbol{F}$、電場 $\boldsymbol{E}$ などが極性ベクトルであり、角運度量 $\boldsymbol{l}$、トルク $\boldsymbol{N}$、誘導磁場 $\boldsymbol{B}$ が軸性ベクトルである。軸性ベクトルの場合は、何らかの形で回転に関係するものが多い。

極性ベクトルと軸性ベクトルの区別は、通常のベクトル代数の教科書にも書かれており、例えば次のような記述がある。「速度のような極性ベクトルは、その方向に垂直な平面鏡に映して見れば、速度の方向が反対になる。しかし、角速度のような軸性ベクトルでは、それを表すベクトルに垂直な鏡に映して映像を見ても、角速度の回転の方向は変わらない。…(途中省略)…右手系の各座標軸の方向を反対にして左手系に移るとき、軸性ベクトルの座標軸に関する成分は変化しない。しかし極性ベクトルでは、このような座標軸の変換を行えば、各成分の符号が変わる。」[3)]

確かに、速度はその方向に垂直な平面鏡に映して見れば、方向が反対になる。しかし、この時、その方向の座標軸も逆転している。右手系から左手系に移った時に、「軸性ベクトルの成分は変化しないが、極性ベクトルの成分の符号が変わる」という表現は、あくまで右手系の視点で左手系を眺めた表現である。いわば、鏡の中に写ったものを鏡の外から眺めて表現していることになる。しかし、図表2のように、空間自体が反転していること、あるいは各座標軸が反転していることを考慮すれば、「方向が同じものは極性ベクトル、方向が逆転するのが軸性ベクトル」という結論になる。各座標軸方向の単位長さの基本ベクトルとベクトル成分に分けて、数式を用いて説明すればより明瞭になるが、多少複雑となるのでここでは省略する。

空間反転によって、極性ベクトルは方向が変わらず、軸性ベクトルは方向が逆転する。空間反転により符号や方向を変えない対称性をP(+)、符号や方向を変える対称性をP(−)と記し、それぞれ +1 と −1 とに対応させれば良い。また、P(+)やP(−)の取り扱い方法は、既に述べたT(+)やT(−)と同じである。式の左辺と右辺で対称性が一致する場合には、対称性が満たされている、あるいは対称性が保存していると呼ぶ。このように、P(+)

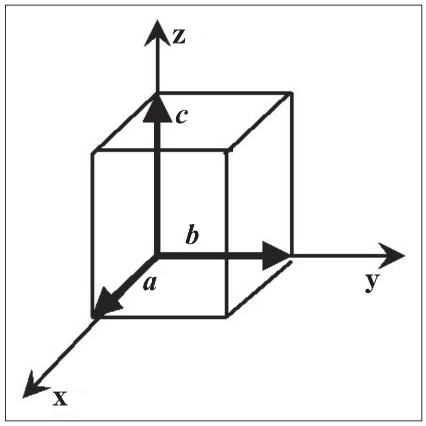
やＰ(−)という記号を用いれば、空間反転対称性の区別は明確になり、式が空間反転対称性を満たすかどうかの判別も付けやすい。Newton方程式、Maxwell方程式、Shrödinger方程式など、弱い相互作用に無関係な方程式ではすべて空間反転対称性が保存していることが知られている。ただし、Maxwell方程式においては、後述するように、磁場$\boldsymbol{H}$と誘導電場$\boldsymbol{D}$の空間反転対称性の決め方に２種類あり、混乱が生じている。

極性ベクトルどうしのベクトル積(外積)、例えば角運動量$\boldsymbol{l} = \boldsymbol{r}$(位置ベクトル)×$\boldsymbol{p}$(運動量)やトルク$\boldsymbol{N} = \boldsymbol{r}$(位置ベクトル)×$\boldsymbol{F}$(力)は軸性ベクトルであることは良く知られている。$\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p}$および$\boldsymbol{F}$の対称性はＰ(+)であるから、ベクトル積記号×の対称性をＰ(−)とすると、この2つの式の対称性はともにP(−)＝P(+)･P(−)･P(+)となり、対称性は保存する。ここで、ベクトル積記号×自身に対称性の記号を与えたのは、ベクトル積がスカラー積(内積)や通常の乗算とは空間反転の対称性が異なるからである。これは、ベクトル積の乗算の順序を変えると符号(方向)が変わるが、スカラー積や通常の乗算では順序を変えても符号が変わらないことと関係している。本稿では、この区別をはっきりさせるために、ベクトル積には×の記号を用い、スカラー積や通常の乗算には・の記号を用いる。P(+)やP(−)という記号を用いれば、極性ベクトルと軸性ベクトルとのベクトル積は極性ベクトルとなることは容易に導ける。この場合の例には、速度vと誘導磁場$\boldsymbol{B}$とのベクトル積で表すことのできるローレンツ力がある。また、ベクトル微分(rot)の対称性もＰ(−)であり、この例としては、ベクトルポテンシャル$\boldsymbol{A}$と誘導磁場$\boldsymbol{B}$との関係式($\boldsymbol{B}$＝rot$\boldsymbol{A}$)がある。

空間反転によって、符号が変わる量も存在する。例えば、3つのベクトルの３重積$V = (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{c}$である。この３重積は、図表３のようにそれぞれのベクトルを稜(りょう)とする平行６面体(あるいは直方体)の体積を表し、３つのベクトルの順序をサイクリックに変えても同じなので、単に[$\boldsymbol{abc}$]と記載されることもある。しかし、$\boldsymbol{a}$と$\boldsymbol{b}$とを入れ換えると、即ち、[$\boldsymbol{bac}$]とすると符号が変わる。これは、右手系と左手系とで符号が異なることを意味するので、この３重積の対称性はＰ(−)となる。これは３重積にベクトル積が含まれることが原因である。「このように座標軸のとり方によって符号の変化するスカラーを擬スカラーという」[3)]。これに対し、座標軸のとり方によって符号の変化しないスカラーを、真性スカラーまたは単にスカラーと呼ぶ。擬スカラーの対称性はＰ(−)であり、真性スカラーの対称性はＰ(＋)である。

上の議論は、右手系で体積が正とするならば、左手系では体積が負となることを意味する。これを指摘したのはMaxwellであり、1887年に書かれた電磁気学の有名な教科書「A Treatise on Electricity and Magnetism」[4)]に記述されている。その教科書の「右手系と左手系の関係について」という章には、「2種類のベクトル積$dx \times dy$と$dy \times dx$は符号が異なり、掛け算の順序に依存する。そして、行列式[$dx\,dy\,dz$]の符号は、行または列の順序を入れ換えれば逆転する。同じ理由で、変数x, y, zの順序がサイクリックな時には体積は正であり、サイクリックな順序が逆転している時には体積は負である。(Maxwellの教科書より著者和訳)。」と記載されている。ここで行列式という言葉が使われているのは、３重積はベクトルを順番に並べた時の行列式に相当するからであり、行列式と３重積は同じ意味に使用されている。Maxwellも指摘しているように、左手系では体積が負ということになる。これがどのような意味を持つのか、次章でもう少し詳しく議論する。

図表３　３つのベクトル$\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$の３重積は平行６面体（あるいは直方体）の体積を表す。



科学技術動向研究センターにて作成

3-2

左手系での体積の解釈

左手系で体積は負であると明確に述べている教科書は、Maxwell自身によって書かれた教科書と、今井功著の「古典力学の数理」[5)]の２つのみである。後者は、Maxwellの教科書を下敷きにしたものであり、左手系で体積は負であるという記述になるのは当然といえば当然だが、その他にもMaxwellが電場や磁場をどの様に考えていたかを知る手掛かりをも与えてくれる教科書である。そして、木幡重雄著の「電磁気の単位はこうして作られた」[6)]では、電磁気学におけるMaxwell以降の混乱はSommerfeldの教科書に始まっていると指摘されている。

３つのベクトルの３重積は擬スカラーであり、左手系と右手系とでは符号が異なるということ自体は共通の認識であり、これ自体に反論する人はいない。問題は、それに絶対値を付けて必ず正として体積を定義するかどうかということである。右手系だけを考えて左

手系を考えないならば、体積はつねに正であるから、この問題は生じない。しかし、空間反転とは、右手系から左手系に、あるいは、左手系から右手系に移ることであるから、この問題は避けて通れない。ここで、絶対値を付けて体積を必ず正とするならば、そこに人為的な操作による不連続性が生じ、空間の記述に首尾一貫性を欠く。従って、本稿ではMaxwellの意図どおり、左手系で体積が負として議論を進める。

左手系で体積が負になることは何を意味しているのであろうか。物体の質量をそれを占める体積で割り算した密度は、左手系では負となるということである。質量が負になると困るが、密度が負になっても、そのように定義していると考えれば何も困らない。M(質量)＝ρ(密度)・V(体積)が成立し、対応する対称性の記述はP(+)＝P(−)・P(−)となるため、対称性は保存している。同様に、左手系では、エネルギーは正であるがエネルギー密度は負となり、電荷と電荷密度の符号も逆になる。質量・エネルギー・電荷の空間反転対称性はP(+)であるが、密度・エネルギー密度・電荷密度の対称性はP(−)である。

電荷密度がP(−)であるから、電流密度の対称性もP(−)となる。Maxwell方程式には電荷密度と電流密度が含まれるから、それらの空間反転対称性は、Maxwell方程式の空間反転対称性に影響を与える。結果は、電場$\boldsymbol{E}$と磁場$\boldsymbol{H}$の対称性はP(+)で極性ベクトルとなり、誘導電場$\boldsymbol{D}$（電束密度と呼ぶ場合もある）と誘導磁場$\boldsymbol{B}$（磁束密度と呼ぶ場合もある）の対称性はP(−)で軸性ベクトルとなる。このことは、前述の「古典力学の数理」にもすでに述べられている（図表4）。Maxwell自身も、$\boldsymbol{E}$と$\boldsymbol{H}$を「線に関して定義される量」、$\boldsymbol{D}$と$\boldsymbol{B}$を「面に関して定義される量」と明確に区別している[4, 6]。この表現から、Maxwell自身も、$\boldsymbol{E}$と$\boldsymbol{H}$は極性ベクトル、$\boldsymbol{D}$と$\boldsymbol{B}$は軸性ベクトルと考えていたことが推測される。

図表4　電磁的諸量の空間反転対称性

スカラー　P(+)	q（電荷）
擬スカラー　P(−)	ρ（電荷密度）、 U（電磁エネルギー密度） ε_0（真空の誘電率） μ_0（真空の透磁率）
極性ベクトル P(+)	$\boldsymbol{E}$（電場）、　$\boldsymbol{H}$（磁場）
軸性ベクトル P(−)	$\boldsymbol{D}$（誘導電場または電束密度） $\boldsymbol{B}$（誘導磁場または磁束密度） $\boldsymbol{J}$（電流密度） $\boldsymbol{g}$（電磁運動量密度） $\boldsymbol{S}$（ポインティング・ベクトル）
テンソル　P(−)	T_{ij}（マクスウェル応力）

出典：参考文献[5)]

一方、左手系でも体積が正として議論を進めると、$\boldsymbol{E}$と$\boldsymbol{D}$は極性ベクトル、$\boldsymbol{H}$と$\boldsymbol{B}$は軸性ベクトルという結論が得られる。このように、出発点が異なると$\boldsymbol{D}$と$\boldsymbol{H}$の空間反転対称性に関して異なる結果が得られる。$\boldsymbol{E}$と$\boldsymbol{B}$に関しては、左手系の体積が正であっても負であっても同じ結果が得られ、ベクトルポテンシャル$\boldsymbol{A}$との関係からも$\boldsymbol{E}$は極性ベクトルで$\boldsymbol{B}$は軸性ベクトルであると言える。そのため、$\boldsymbol{E}$と$\boldsymbol{B}$の対称性を明記してある教科書はあるが、$\boldsymbol{D}$と$\boldsymbol{H}$については、参考文献5を除いて、対称性の明確な記述はない。しいて言えば、後に述べるE−B対応の教科書のうちで$\boldsymbol{H}$は$\boldsymbol{B}$の補助場と考える教科書では、$\boldsymbol{H}$と$\boldsymbol{B}$は同じ軸性ベクトルでなければならないことになる。このように、$\boldsymbol{E}$と$\boldsymbol{D}$が同じ対称性であり、$\boldsymbol{H}$と$\boldsymbol{B}$が同じ対称性である場合には、電場と磁場に関してそれぞれ2種類の場が存在しなければならない意義は見いだせず、結局、どちらかが基本的な場でどちらかが従属的または2次的な場と考えざるをえない。また、左手系で体積を負とするか正とするかで、真空の誘電率（および透磁率）という普遍定数が擬スカラーか真性スカラーかの違いが生じる。誘電率が擬スカラーの場合は次章で述べるように空間反転に関わる量（演算子）という本質的な役割を持たせることができる。しかし、真性スカラーの場合は単なる比例定数という以上の意味をこの普遍定数に持たせることはできず、従って、その普遍定数の真の意味を理解することも困難となる。

3-3

誘電率と空間反転の関係

真空の誘電率ε_0（＝8.854187817×10^{-12} F/m）と真空の透磁率μ_0（＝$4\pi\times10^{-7}$ N/A^2）は、現在では定義値となっており、それらを用いれば、$\boldsymbol{E}$と$\boldsymbol{D}$そして$\boldsymbol{H}$と$\boldsymbol{B}$の間には、真空中または空気中で次の関係式が成立する。

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\cdot\boldsymbol{E},\ \boldsymbol{B}=\mu_0\cdot\boldsymbol{H} \qquad (3)$$

ここで、$\boldsymbol{E}$と$\boldsymbol{H}$は極性ベクトルで対称性がP(+)、$\boldsymbol{D}$と$\boldsymbol{B}$は軸性ベクトルで対称性がP(−)とすると、

ε_0とμ_0の対称性はP(−)となる。即ち、ε_0とμ_0は右手系では正となり、左手系では負となる擬スカラーである[5]。また、電磁場のエネルギー密度の式にε_0とμ_0が含まれるので、左手系でエネルギー密度が負ならばε_0もμ_0も負となり、そのことからもそれらが擬スカラー量であることが説明できる。

真空の誘電率ε_0、真空の透磁率μ_0、そして光の速度c（あるいは、電磁波の伝搬速度）の間には、光の速度の2乗の逆数は真空の誘電率と真空の透磁率の積に一致する（$1/c^2 = \varepsilon_0 \cdot \mu_0$）という関係式が成立する。事実、Maxwellはこの式から自身が予言した電磁波の伝わる速度を計算し、それが当時知られていた光の速度と一致したために光の電磁波説を唱えた。この関係式から明らかなことは、光の速度と誘電率とを決めると自動的に透磁率が決まるということである。本稿ではすでに、$c^2 = 1$となる単位系を採用すべきことを説明した。現在は、真空の誘電率ε_0の値も真空の透磁率μ_0の値も定義値であるから、それらをともに1と定義すれば、より簡単な単位系になる。実際に、そのような単位系は存在し、過去には使用されていた。c.g.s.静電単位系では$\varepsilon_0=1$とし、c.g.s.電磁単位系では$\mu_0=1$としていた。c.g.s.電磁単位系では、磁場$\boldsymbol{H}$の単位はOe（エルステッド）、誘導磁場$\boldsymbol{B}$の単位はG（ガウス）であり、真空中や空気中では、1Oe＝1Gとなる。しかし、静電単位と電磁単位とを同時に使うと、$c^2=1$となってしまい、秒速30万キロメートルという光速を与えないので、従来はこの単位系の同時使用は不可能であった。しかし、$c^2=1$とすれば、この単位系の同時使用が可能となる。ただし、すでに述べたように真空の誘電率と透磁率は擬スカラー量であるので負の値も含まれる。即ち、$\varepsilon_0 = \mu_0 = \pm 1$、従って、$\varepsilon_0^2 = \mu_0^2 = 1$となる。$\varepsilon_0$と$\mu_0$は完全に同一視でき、また、完全に同じ意味を持つので、どちらか一方を扱えばそれで充分だが、ここでは混乱を避けるために、両方を並べて議論する。

$\varepsilon_0^2 = \mu_0^2 = 1$が成立するならば、式(3)は次のようにも書くことができる。

$$\boldsymbol{E} = \varepsilon_0 \cdot \boldsymbol{D},\ \boldsymbol{H} = \mu_0 \cdot \boldsymbol{B} \qquad (4)$$

式(3)と式(4)とを見比べると、誘電率ε_0および透磁率μ_0は、極性ベクトルを軸性ベクトルに変換し、軸性ベクトルを極性ベクトルに変換する役割を担っていることがわかる。そして、極性ベクトル→軸性ベクトル→極性ベクトル、あるいは、軸性ベクトル→極性ベクトル→軸性ベクトルと変換した時に元のスケールを保つ条件が、$\varepsilon_0^2 = 1$（および$\mu_0^2 = 1$）ということになる。そして、右手系で$\varepsilon_0 = +1$、左手系で$\varepsilon_0 = -1$だから、ε_0は右手系と左手系とを区別する演算子、つまり空間反転の演算子ということもできる。

$c^2 = \varepsilon_0^2 = 1$という「普遍単位系」では、通常の4元単位系での基本単位である「時間」、「長さ」、「質量」、「電流」のうちの2つが消去され、2元単位系となる。$c^2=1$により「時間」と「長さ」が統一され、本稿では「時間」に統一したが、「長さ」に統一することも可能である。いずれにせよ、速度の単位はなくなるから、エネルギーは質量の単位で測定される。また、$\varepsilon_0^2 = 1$により、「電流」は、残り2つの単位の組み合わせという形になり、「電流」の単位は無くなる。この単位系では、電磁場、$\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{B}$は全て同じ単位を持ち、異なるのは、時間反転と空間反転の対称性のみである。即ち、$\boldsymbol{E}$はP(+)かつT(+)、$\boldsymbol{D}$はP(−)かつT(+)、$\boldsymbol{H}$はP(+)かつT(−)、$\boldsymbol{B}$はP(−)かつT(−)となり、4種類の電磁場の対称性は全て異なっていてどれ一つとして同じ物がない。これが4種類の電磁場の存在が必要な理由である。

4 電磁気学の教科書における混乱

定常電流（または電磁石）が作る磁場を出発点とするか、磁石（または単極磁荷）が作る磁場を出発点とするかで電磁気学の記述の仕方は大きく異なり、前者をE−B対応、後者をE−H対応と呼ぶ。その特徴をまとめると次のようになる。

E−B対応：

1. 単極磁荷（モノポール）は存在せず、誘導磁場$\boldsymbol{B}$は電流により発生する。Maxwell方程式（div$\boldsymbol{B}$＝0）より磁力線は連続であり、モノポールが単独で存在することを否定している。
2. 電子の速度を$\boldsymbol{v}$とすると$\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$が電場に相当し、相対性理論との親和性が高い。また、電磁場のポテンシャルより導かれるのは$\boldsymbol{E}$と$\boldsymbol{B}$であり、電磁的な力を導くのも$\boldsymbol{E}$と$\boldsymbol{B}$である。
3. 磁石の両端に現れる磁荷の存在を否定するので、磁石による磁場を考える場合に磁石の周囲に流れる仮想的な電流を考えなければならない弱点がある。このモデルは、磁性体の電流モデルと呼ばれる。

E−H対応：

1. 正負の単極磁荷の対として磁気双極子（または磁気双極子の集合）を考え、それが磁石

図表5 電磁気学の教科書における *E–B*, *E–H* 対応の立場

著者(訳者)	書名	出版社	E–B	E–H	注釈
バーガー，オルソン (小林,土佐訳)	電磁気学(新しい視点にたって)	培風館	○		
サーウェイ（松村訳）	科学者と技術者のための物理学 III（電磁気学）	学術図書出版	○		
ファインマン（宮島訳）	ファインマン物理学 III（電磁気学）	岩波書店	○		
長岡，丹慶	物理入門コース 例解電磁気学演習	岩波書店	○		
桂井	基礎電磁気学	オーム社	○		
Stratton	Electro–Magnetic Theory	McGrow–Hill	○		
Jackson	Classical Electrodynamics	Wiley	○		1
中山	電磁気学	裳華房	○	○	2
飯田	新電磁気学	丸善	○	○	
溝口	電磁気学 – SI units –	裳華房		○	3
Bleaney, Bleaney	Electricity and Magnetism	Oxford		○	
電気学会	電磁気学演習	オーム社	○	○	4
ハリディ，レスニック， ウォーカー（野崎訳）	物理学の基礎(3) 電磁気学	培風館	○		
後藤	なっとくする電磁気学	講談社		○	
熊谷，荒川	電磁気学	朝倉書店		○	
髙橋	物理学選書(3) 電磁気学	裳華房		○	
霜田，近角	大学演習 電磁気学	裳華房		○	
東海大学物理学教室	物理学＜電磁気学＞	東海大学出版会	○		
広瀬	物理学 One point EとH, DとB	共立出版		○	
細野	電磁気学	森北出版	○		5
小塚	電磁気学 その物理像と詳論	森北出版		○	
ランダウ，リフシッツ (井上,安河,佐々木訳)	電磁気学	東京図書	○		1
末松	電磁気学	共立出版	○		
砂川	電磁気学	岩波書店	○		6
Slater, Frank	Electromagnetism	McGrowHill	○		
長岡	物理入門コース 電磁気学 I, II	岩波書店	○		
村上	電気磁気学	丸善		○	
Sommerfeld（伊藤訳）	電磁気学	講談社	○		
Purcell	Berkeley physics coures vol. 2 electricity and magnetism	McGrowHill	○		1
太田	電磁気学の基礎 I, II	Springer Japan	○		7

（注釈1から6までは文献7からの引用）
1）古い教科書なのでガウス単位系（c.g.s. 電磁単位系）で書かれている。
2）*E–B*, *E–H*並立だがどちらかというと*E–H*よりの記述。
3）*E–H*モデルの標準的な理論展開に近い立場をとるが、「磁荷」という考え方は仮想的な存在としても認めない。磁性体の本質はあくまで磁気モーメントの集合という立場をとる。
4）*E–B* 対応と *E–H* 対応を完全に平等に扱う教科書。
5）*E–H* 対応に反対して書かれたユニークな本。磁荷が単独で動くと相対論的不変性を満たさないから *E–H* 対応は誤りという主張。
6）*E–B* と *E–H* の折衷的立場で書かれた教科書．磁性体は磁極モデルを使う。
7）相対論では *E* と *B* が混じるから、*E–H* 対応は理論的根拠がないという主張。

出典：参考文献[7]

による磁場$\boldsymbol{H}$の原因と考える。磁石の両端には磁荷が現れる（div$\boldsymbol{H}\neq0$）が、逆符号で等量の磁荷が反対側に現れることがMaxwell方程式（div$\boldsymbol{B}=0$）により保証される。これは、磁性体の磁極モデルと呼ばれる。

2. 定常電流による磁場$\boldsymbol{H}$はアンペールの法則（rot$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}$）で与えられる。
3. 存在が確認されていない単極磁荷（モノポール）という概念を使わなければならない弱点がある。

最近の教科書ではE–B対応の教科書が多いが、主に磁性やマイクロ波を扱う教科書ではE–H対応の教科書が多い。どちらを採用するかにより、磁気分極率や磁化率の定義と単位が異なってくるため、単なる趣味の問題では済まない混乱を生じている。この混乱の被害を最も受けているのは、初学者である学生諸氏であることは想像に難くない。

E–B対応かE–H対応かの混乱は、最近の教科書の著者や電磁気学担当の教員の間では認識されており、そのことを議論した文献も多い[7～9]。特に文献7では、主要な教科書がどちらの立場で書かれているかを分類した表があるので、図表5として引用する（ただし、元の表では磁化率の単位の記述についての欄もあるが、図表5ではその欄を省略した）。電磁気学の教科書には、特に次のような事情もある。「古典電磁気学の教科書は数多くあるが、著者の思い入れはどれも強く、従来の電磁気学の教科書を批判して書かれたものも多い。例えばE–H対応は間違いであり絶対に使うべきでない、とする強い主張を持った本（細野著）がある一方、E–B対応の基本的考え方である磁性体の電流モデルを時代錯誤と切り捨てる教科書（溝口著）もある。」[7]

E–B対応とE–H対応との違いは、誘導磁場$\boldsymbol{B}$を基本的な場と見るか磁場$\boldsymbol{H}$を基本的な場と見るかという立場の違いであり、必ずしもどちらかが正しくてどちらかが間違っているということではない。E–B対応の教科書では$\boldsymbol{B}$を磁場と呼び$\boldsymbol{H}$を一切使わないものもあり、マイクロ波の教科書では$\boldsymbol{E}$と$\boldsymbol{H}$だけを用いる場合もある。$\boldsymbol{H}$と$\boldsymbol{D}$の空間反転対称性について述べている唯一の教科書[5]では、E–H対応従ってD–B対応に近い立場になるが、「電磁場を記述するためのもっとも基本的な量は$\boldsymbol{D}$と$\boldsymbol{B}$」とも述べている。どちらがより基本的な量かということは主観の問題と言えようが、電磁場の空間反転対称性についての議論が不足している教科書が多いことは問題である。$\boldsymbol{E}$と$\boldsymbol{H}$が同じ極性ベクトルであり、$\boldsymbol{D}$と$\boldsymbol{B}$が軸性ベクトルならば4種類の場が必要という結論になる。しかし、$\boldsymbol{E}$と$\boldsymbol{D}$が極性ベクトルであり、$\boldsymbol{H}$と$\boldsymbol{B}$が軸性ベクトルである場合には、電場と磁場に関してそれぞれ2種類の場が存在する意義が見いだせず、どちらかが基本的な場でどちらかが従属的な場と考えざるをえない。このことが、E–H対応かE–B対応かという、本来は無用な論争の原因となっている。

5 電荷と磁荷の関係と粒子反転対称性

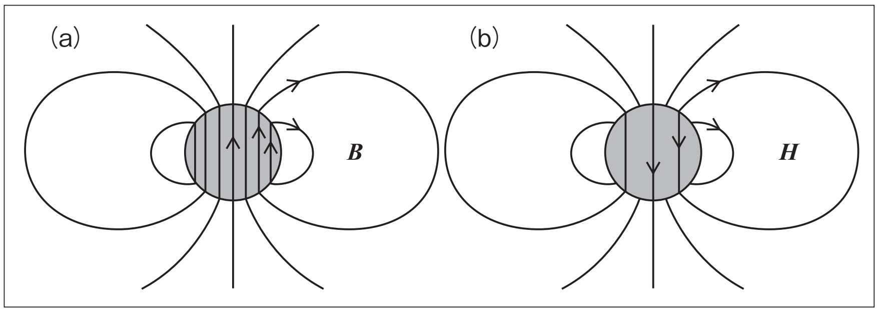
電子や陽子は1.6021773×10^{-19}クーロンという単位電荷、即ち、素電荷を持つ。同じような意味での磁荷の基本的な単位が存在するかどうかは正確にはわかっておらず、そもそも、磁荷が単独で存在できるかどうかもわかっていない。しかし、電荷は電気力線の始点または終点となるのと同様に、磁荷が磁力線の始点または終点となることは間違いがない。従って、磁力線が連続なのか、それとも始点と終点を持つのかということが問題となる。球状の永久磁石では、$\boldsymbol{B}$に関する磁力線は図表6(a)のようになり、$\boldsymbol{H}$に関する磁力線は図表6(b)のようになる。教科書には棒磁石の磁力線が描かれることが多いが、棒磁石内部の磁力線が多少複雑になることを除いて、球状磁石と棒磁石との違いはない。$\mu_0=1$であれば磁石の外側の$\boldsymbol{B}$の磁力線と$\boldsymbol{H}$の磁力線は一致し、磁石の内部での磁力線は$\boldsymbol{H}$よりも$\boldsymbol{B}$の方が密度が高い。そのことよりも、$\boldsymbol{B}$と$\boldsymbol{H}$に関する磁力線の本質的な違いは、$\boldsymbol{B}$に関する磁力線が磁石の表面で連続であり始点も終点も存在しない（図表6(a)）のに対し、$\boldsymbol{H}$に関する磁力線は磁石表面で連続ではなく必ず始点と終点を持つ（図表6(b)）ことである。従って、その始点と終点の場所に磁場$\boldsymbol{H}$の源としての磁荷、N極とS極が存在することになり、磁石内で$\boldsymbol{B}$と$\boldsymbol{H}$の方向も異なることになる。これに対して、E–B対応の教科書では、磁荷の存在を認めないため、$\boldsymbol{H}$に関する磁力線の実在を認めないものも多い。

一方、反粒子を予言したことで有名なDiracは、磁気単極子（モノポール）が存在すればその磁荷gと素電荷eには次の関係があることを量子力学的な議論より求めた。

$$g(\text{単位磁荷})=\frac{h(\text{プランク定数})\cdot c(\text{光速度})}{e(\text{素電荷})} \tag{5}$$

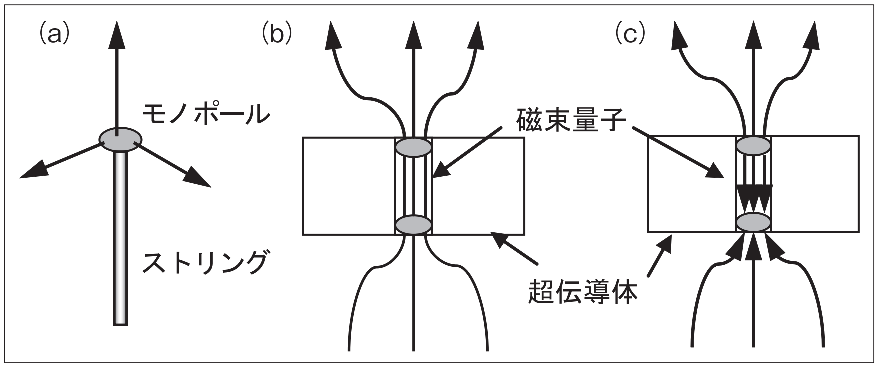
この式に含まれるプランク定数hは量子力学に特徴的な普遍定数であり、cはすでに議論した光の速

図表6 球状磁石内外の(a)誘導磁場 B の磁力線と(b)磁場 H の磁力線



科学技術動向研究センターにて作成

図表7 (a)Diracの磁気単極子(モノポール)、(b)磁束量子の B の磁力線、(c)磁束量子の H の磁力線。磁束量子の両端にはモノポールが付着していると考えることができる。



科学技術動向研究センターにて作成

度である。Diracによれば、磁気単極子からは位相の特異線(Diracストリング)、いわば渦の中心に現れる渦糸のような線が無限遠まで延びている(図表7(a))。もし、宇宙に1つでも単極磁荷をもった粒子、即ちN極だけかS極だけを持った粒子が見つかれば、式(5)より「宇宙の全ての電子がなぜ寸分違わず同じ電気量を持たなければならないのか」[10]という疑問が解決するため、多くの人達が単極磁荷をもった粒子(モノポール粒子)を探しているが、未だ発見されていない。

しかし、素電荷 e の代わりに、クーパー対の電子2個分の電荷 $2e$ を用いれば、式(5)は超伝導体中の磁束量子の式に一致する。超伝導体中に磁場が侵入する時には、一様に侵入するのではなく量子化して侵入するため、それを磁束量子と呼ぶ(図表7(b, c))。磁束量子は実際に観測されており、その存在は確定している。磁場が量子化される直接の原因は、磁力線をとりまく永久渦電流であるが、その渦電流の中心は超伝導位相が定義できない特異線となっている。従って、磁束量子は渦糸と呼ばれることもあり、まさにDiracストリングとなっている。Diracが求めた単位磁荷とこの磁束量子の理論的根拠は全く同じであり、電子が1個か2個かの違いだけである。このことを考慮して、磁束量子の両端には単極磁荷が付随していると考えることができる。この場合でも、誘導磁場 B の磁力線は連続(図表7(b))であるから、単極磁荷は誘導磁場 B の源ではなく磁場 H の源(図表7(c))となる。その意味で、図表7の(b)と(c)は、図表6の(a)と(b)に対応する。

Maxwell方程式において、電気的な量を2倍にすると磁気的な量である H も B も2倍となる。従って、単極磁荷が存在すれば、その磁荷 g は電子の電荷、即ち、素電荷 e に比例すべきことが予想される。

$$g(\text{単位磁荷}) = c(\text{光速度})\cdot e(\text{素電荷}) \quad (6)$$

この式で光速 c(=±1)を掛けているのは電場 E と磁場 H とは時間反転対称性が異なるからである。磁荷は電荷に逆比例するという式(5)と比例するという式(6)とは一見矛盾するようだが実際には同時に成立しなければならない。このことより直ちに $e^2=g^2=1$ が求まり、正負の符号を除き素電荷も単位磁荷も唯一の値を持つことがわかる。以上では、$h=1$、$c^2=1$ とおいたが、通常のMKSA単位系に戻すと単位磁荷は 4.14×10^{-15} Wb(ウェバー)となり、超伝導体中で磁場が量子化される時の2倍の値に等しい。

慣習上は電子の電荷が負となるように定められているから、$e^2=1$ において $e=-1$ は電子を表し、$e=1$ は電子の反粒子である陽電子を表す。また、半導体中では、$e=-1$ はn型キャリアーである電子を意味し、$e=1$ はp型キャリアーであるホールを意味する。このように、素電荷 e(=±1)は、粒子か反粒子を区別する量(または演算子)であり、CPT対称性のうちのC対称性(荷電対称性または粒子反転対称性)に関わる演算子と考えてよい。粒子を反粒子に変えると符号が変わる対称性をC(−)と記し、符号が変わらない対称性をC(+)と記して、TやPで行ったのと同様な方法で式の対称性を議論できる。Maxwell方程式に含まれる全ての電磁的量の対称性はC(−)であるが、時間微分や空間微分そして誘電率や透磁率は空間や時間の性質であるからその対称性はC(+)である。そのようにすれば、Maxwell方程式が粒子反転対称性を保存していることは容易に証明できる。

6 粒子と波動との二重性の意味

以上で、$c^2=\varepsilon_0{}^2=e^2=1$ において、光速度 c は時間反転に、真空の誘電率 ε_0 は空間反転に、そして素電荷 e は粒子反転に関係しており、CPT 対称性に結びついた普遍定数であることを説明してきた。残る重要な普遍定数は、量子力学を特徴づけるプランク定数 h（$=6.62606896\times10^{-34}$ ジュール・秒）である。電子は、粒子としての性質と波動としての性質の相矛盾した2つの性質を併せ持つことが、量子力学における最も重要な結論である。そして、粒子と波動とを結びつけるのが、プランク定数 h である。この定数は黒体輻射のスペクトラムの解析より Planck により発見され、量子力学の発端となったが、Einstein と de Bloglie は、光量子と物質波を与える重要な関係式

$$E=h\cdot\nu,\quad \boldsymbol{p}=h\cdot\boldsymbol{k} \tag{7}$$

を導いた。しかし、de Bloglie 自身は、電子は波動と考えていたわけではなく、電子が波の上に乗っていると仮定して、電子の運動量と乗るべき波の波長の逆数としてこの関係式を与えている[11)]。式(7)において、ν は振動数、$\boldsymbol{k}$ は波動ベクトル（＝波長の逆数）であり、ともに波動を表す量である。また、E および $\boldsymbol{p}$ は粒子または量子としてのエネルギーと運動量とであり、ともに粒子の状態を表す量である。従って、式(7)は、波動を表す量にプランク定数 h を乗算する（あるいは演算すると）粒子に関する量となることを示している。

ここで、$h^2=1$ と仮定する、あるいはそのような単位系を用いれば、式(7)は、

$$\nu=h\cdot E,\quad \boldsymbol{k}=h\cdot\boldsymbol{p} \tag{8}$$

と変形される。従って、Planck 定数 $h^2=1$ は波動と粒子をお互いに変換する量または演算子と考えることができる。また、$h^2=1$ はその変換に際してスケール（例えば、エネルギーや運動量）が変わってしまわないための条件である。また、$h^2=1$ としているのだから、エネルギーと振動数は同じ単位となり、運動量と波動ベクトル（波長の逆数）も同じ単位となる。

しかし、式(5)および式(6)の存在を考えると、$c^2=\varepsilon_0{}^2=e^2=1$ と決めると h は自動的に決まってしまう量である。従って、$c^2=\varepsilon_0{}^2=e^2=h^2=1$ としても、MKSA の4元単位系のうち、3つの単位がなくなるだけで、1つの単位は残る。この単位は何でもよく、例えば、時間の単位を残せば、全ての量は時間の単位で測られる。

$h^2=1$ と仮定することは、正のプランク定数（$h=1$）だけではなく、負のプランク定数（$h=-1$）も存在することを意味する。この正負の値は、粒子−反粒子の対称性に結び付き、プランク定数 h、虚数単位 i、および波動的な量 ν と $\boldsymbol{k}$ を C(−)とし、粒子的な量 E と $\boldsymbol{p}$ を C(+)とすれば、都合良く説明できる。例えば、式(7)の粒子対称性は C(+)＝C(−)・C(−)であり、式(8)の粒子対称性は C(−)＝C(−)・C(+)である。式(7)で与えられるエネルギー E の粒子対称性は C(+)であるから、粒子か反粒子かに関係なく、そのエネルギー E は必ず正の値となる。式(7)と式(8)は、波動にプランク定数を作用させると粒子になり、粒子にプランク定数を作用させると波動になることを表しているが、実態として何が起きているのかはまだ明らかでない。敢えて想像するならば、「粒子は波と異ならず、波も粒子と異ならない。何故なら、粒子は直ちに波となり、波は直ちに粒子となるから（色不異空、空不異色、色即是空、空即是色）」ということであろう。それぞれの電子が、こういう輪廻転生を繰り返すから存在が永遠のものとなるのであろうが、1つの電子がなぜ永遠に存在し続けるのかはまだ正確にはわかっていない。

7 おわりに

本稿では、物理学の普遍定数、例えば光の速度 c や真空の誘電率 ε_0 または透磁率 μ_0、そして電子の電荷 e やプランク定数 h はなぜ一定であり、そしてなぜその値をとらねばならないかという疑問から出発し、それらは時間反転と空間反転そして粒子反転の対称性を意味する CPT 対称性と密接に関連していることを導いた。そして、これを議論するためには、$c^2=\varepsilon_0{}^2=e^2=h^2=1$ となる単位系が重要であることも指摘した。

この種の疑問を持っていた人達はすでにいた。例えば、特殊相対論は間違っていると主張する人達である。彼らの主張は明らかに間違いであり、特殊相対論は正しいことは明らかだが、彼らが問題にしたのは、光速度不変の原理であり、「なぜ光の速度は一定なのか」という疑問である。専門家はこの疑問にまともに答えてこなかった。おそらく、当然のことと考えて疑

問に思わなかったか、あるいは、説明のできないあるいはする必要のない公理と考えていたからであろう。一方、「全宇宙に存在する全ての電子はなぜ寸分違わぬ電気量をもつのか」という疑問を発した科学者はいた。Diracであり湯川である。Diracはこの疑問を解決するために、単位磁荷即ちモノポールの存在を導入したが、疑問の完全な解決ということでは道半ばであった。電子はスピンという磁気モーメントを持ち、それが永久磁石の原因であることは良く知られている。最近では、スピンの性質を工学的に応用しようという試みも多く見られ、スピントロニクスという言葉も一般化してきた。電子のスピンは、電子の自転というイメージで語られることが多い。しかし、電子自体は点電荷であり大きさを持たないことも分かっており、点電荷が自転したところで磁気モーメントは発生しない。このように、スピンのモデルすら正確には確立していないのである。このように、我々が当然と思っていることでも、実は分かっていないことが多い。一方、「粒子と波動の2重性をどの様に解釈するか」という、多くの人が気付いている疑問も存在する。これは、波動関数の確立解釈をめぐるBohr−Einstein論争にも関連し、現在でも観測問題として議論されている。

このように「素朴だが妥当な疑問」が新たな革命のためには重要であり、まだ認識されていない重大な疑問も存在するであろう。「左手系で体積が正か負か」という疑問は120年前にMaxwellにより提出されていたが、その後忘れ去られた疑問となった。この疑問が完全に解決されていないからこそ、現代の電磁気学の教科書にはE−B対応かE−H対応かという混乱が生じている。そして、この混乱は、「Diracの単位磁荷を電磁気学でどう扱うか」という疑問とも関連している。

「素朴で妥当な疑問」の発掘が重要であるが、該当分野の専門家からはこの種の疑問は出にくいであろう。しかし、「物理の歴史ではプランクの量子やドブロイの物質波のように当初多くの人にフィクションに類するとみえたことが本物になったりすることがあって油断ができない。」[11]ことも事実である。従って、「疑問」を公募し、それが妥当で基本的な疑問かどうかを判定し、もしそうであれば、「その疑問の解決方法」を懸賞論文として募集する方法もある。必ずしもこのような形態ではなかったが、18世紀から19世紀の欧州では懸賞問題が数学や物理学の基礎科学の発展に少なからず寄与したのは事実である。現在でも、数学の未解決問題に関しては懸賞問題が出されることがある。いずれにしても、一見突飛ではあるかもしれないが妥当な疑問を発掘して基本的な問題を追求していこうという粘り強い意志をもった研究人材が必要であり、そのような研究環境を日本にも整えることは重要である。

謝辞

本稿を執筆するにあたり、東海大学理学部物理学科の遠藤雅守准教授には、電磁気学教科書の混乱に関する情報とご意見を頂き、ホームページの内容を転載する許可も頂いた。同じく物理学科の安江正樹教授には、素粒子論から見た電磁場の解釈やモノポールについての情報とご意見を頂いた。お二人に深く感謝の意を表する。

参考文献

1) 山賀進、宇宙の科学：http://www.s-yamaga.jp/nanimono/uchu/jikokutokoyomi-02.htm
2) (独)情報通信研究機構、報道発表：http://www2.nict.go.jp/pub/whatsnew/press/h20/080912/080912-1.html
3) 安達忠次著　ベクトル解析 p 32−33　培風館
4) James Clerk Maxwell 著「A Treatise on Electricity and Magnetism」(第3版)(Dover Publications, Inc.)
：http://rack1.ul.cs.cmu.edu/is/maxwell1/
5) 今井功著；岩波講座　応用数学「古典力学の数理」(岩波書店)
6) 木幡重雄著；「電磁気の単位はこうして作られた」
7) 「電磁気学教科書」論：http://teamcoil.sp.u-tokai.ac.jp/classes/EM1/Unit/index.html (東海大学遠藤准教授のホームページ)筆者との議論の後、文献5に関する記述が加筆されている。
8) EMANの物理学・電磁気学・単位系による違い：http://homepage2.nifty.com/eman/electromag/em_unit.html
9) E−B対応とE−H対応；Wikipedia
10) 湯川秀樹、片山泰久、福留秀雄著；「素粒子」岩波新書(1961、第2版1969年)
11) 高林武彦；「量子論の発展史」 筑摩書房(2002年)

執筆者プロフィール

市口　恒雄

情報通信ユニット　リーダー
科学技術動向研究センター
http://www.nistep.go.jp/index-j.html

理学博士。専門は半導体、超伝導体、磁性体の物理。
電磁波を用いた物性測定を中心に、米国の大学や日本の電機メーカーで研究に従事。